

ÖABT
CEBİR
ÇÖZÜMLÜ SORU BANKASI

Yasin ŞAHİN

ÖABT CEBİR

ÇÖZÜMLÜ SORU BANKASI

© Her hakkı saklıdır. Bu kitabın tamamı ya da bir kısmı, yazarın izni olmaksızın, elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılamaz, yayınlanamaz, depolanamaz.

Bu kitaptaki bilgilerin her türlü sorumluluğu yazara aittir.

Eser Sahibi
Yasin ŞAHİN

ISBN: 978-605-66977-5-3

Aybil Basımevi Sertifika No: 31790

Baskı & Cilt:



Aybil Dijital Baskı Reklam Mühendislik
Turizm Sanayi ve Ticaret Limited Şirketi

Ferhuniye Mh. Sultanşah Cd. No:30/A KONYA
Tel: 0.332 350 21 71 Fax: 0.332 350 71 21

KONYA – KASIM – 2016

İÇİNDEKİLER

Soyut Matematik

Önermeler ve İspat Yöntemleri

Test 1.....	1
Çözümler.....	3
Test 2.....	5
Çözümler.....	7

Küme Teorisi

Test 3.....	8
Çözümler.....	10

Kartezyen Çarpımı ve Bağntı

Test 4.....	12
Çözümler	14
Test 5.....	16
Çözümler.....	18

Fonksiyonlar

Test 6	20
Çözümler	22
Test 7.....	24
Çözümler.....	26

İşlem

Test 8	28
Çözümler	30
Test 9.....	32
Çözümler.....	34

Sayılabılır – Sonlu ve Sonsuz Kümeler

Test 10.....	36
Çözümler	38

Sayılar Teorisi

Tam Sayılarda Bölünebilme

Test 11.....	39
Çözümler.....	41

Kongrüanslar

Test 12	42
Çözümler	44
Test 13.....	46
Çözümler.....	48

Primitif (İlkel) Kökler ve İndeksler

Test 14	50
Çözümler	52

Soyut Cebir

Gruplar	
Test 15	54
Çözümler	56
Simetrik Gruplar	
Test 16.....	58
Çözümler.....	60
Devirli Alt Gruplar	
Test 17.....	62
Çözümler.....	64
Normal Alt Gruplar ve Bölüm Grupları	
Test 18	66
Çözümler	68
Grup Homomorfizmaları - Direkt Çarpımlar (Toplamlar)	
Test 19.....	69
Çözümler	71
Halkalar	
Test 20.....	72
Çözümler.....	74
Alt Halka ve İdealler - Polinom Halkaları	
Test 21.....	76
Çözümler.....	78

Lineer Cebir

Matris Cebiri	
Test 22.....	80
Çözümler.....	82
Elementer İşlemler	
Test 23.....	84
Çözümler.....	86
Determinantlar	
Test 24.....	87
Çözümler.....	89
Lineer Denklem Sistemleri	
Test 25.....	91
Çözümler.....	93
Vektör Uzayları	
Test 26.....	95
Çözümler.....	97

Lineer Dönüşümler	
Test 27.....	99
Çözümler.....	101
Özdeğerler – Özvektörler ve Köşegenleştirme	
Test 28.....	103
Çözümler.....	105

ÖRNEKTİR

ÖN SÖZ

Sevgili Öğretmen Arkadaşlar,

ÖABT soruları akademik konulardan ve okul müfredatındaki temel konulardan oluşmaktadır. Hepimizin amacı bu sınavda başarılı olmak ve istediğimiz bir okula atanmaktır. Yeni sınav sisteminde bu amaca ulaşmak için lisans öğreniminiz süresince öğrendiklerinizi pekiştirmeniz, çıkacak soru tiplerine uygun çok sayıda ve sistemli soru çözeniz ayrıca sık sık tekrar yapmanız gerekmektedir.

Cebir Çözümlü Soru Bankası Kitabı, yukarıdaki belirlemeye uygun olarak değişen sınav sistemine göre, sizleri ÖABT sınavına en iyi biçimde hazırlamak amacıyla düşünülmüştür. Bu kitabın hazırlanmasında çok emek sarf edildiğinden, **kitabı kısmen ya da tamamen çoğaltanlara hakkımı helâl etmiyorum**. Faydalanacak tüm öğretmen arkadaşlara başarılar diler, bugünlere gelmemde büyük pay sahibi olan sevgili eşime ve dostlarıma şükranlarımı sunarım.

Yasin ŞAHİN

1. A, B ve C kümeleri için

I. $A \subseteq B \Rightarrow A \times C \subseteq B \times C$

II. $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$

III. $A \times B = C \times B \wedge B \neq \emptyset \Rightarrow A = C$

Yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

2. $\beta = \{(x, y, z) \mid x + 2y + 3z = 6, x, y, z \in \mathbb{R}\}$

bağntısıyla tanımlı kapalı bölgenin hacmi kaç br^3 tür?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

3. Düzlemdaki d_1 ve d_2 doğruları

$$\beta = \{(d_1, d_2) \mid d_1 \parallel d_2\}$$

bağntısıyla veriliyor. Buna göre,

- I. β , yansıyandır.
II. β , simetriktir.
III. β , ters simetriktir.
IV. β , geçişkendir.

Yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız II B) I ve II C) II ve IV
D) I, III ve IV E) I, II ve IV

4. Tam sayılar kümesinde tanımlı

$$\beta = \{(x, y) \mid 3 \mid x - y\}$$

bağntısıyla ilgili olarak,

- I. Yansıyandır.
II. Simetriktir.
III. Ters simetriktir.
IV. Geçişkendir.

Yargılarından hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) I ve III C) II ve IV
D) I, II ve IV E) I, III ve IV

5. Tam sayılar kümesinde tanımlı

$$\beta = \{(x, y) \mid x + y < 8\}$$

bağntısıyla ilgili olarak

- I. Yansıyandır.
II. Simetriktir.
III. Ters simetriktir.
IV. Geçişkendir.
V. Denklik bağntısıdır.
VI. Sıralama bağntısıdır.

Yargılarından kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $A = \{a, b, c\}$ kümesinin $P(A)$ kuvvet kümesinde tanımlı \subseteq bağntısıyla ilgili olarak

- I. Yansıyandır.
II. Simetriktir.
III. Ters simetriktir.
IV. Geçişkendir.
V. Denklik bağntısıdır.
VI. Sıralama bağntısıdır.

Yargılarından kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. β_1 ve β_2 , A dan B ye tanımlı iki bağntı olmak üzere,

I. $(\beta_1 \cap \beta_2)^{-1} = \beta_1^{-1} \cap \beta_2^{-1}$

II. $(\beta_1 \cup \beta_2)^{-1} = \beta_1^{-1} \cup \beta_2^{-1}$

III. $\beta_1 \subset \beta_2 \Rightarrow \beta_1^{-1} \subset \beta_2^{-1}$

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

8. Pozitif tam sayılar kümesinde tanımlı

$$\beta = \{(x, y) \mid (x, y) = 1\}$$

bağntısıyla ilgili olarak

- I. Yansıyandır.
II. Simetrik.
III. Ters simetrik.
IV. Geçişkendir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve IV
D) II ve IV E) I ve III

9. β_1 ve β_2 , A kümesinde tanımlı iki bağntı olmak üzere,

- I. β_1 ve β_2 simetrik ise $\beta_1 \cup \beta_2$ de simetrik.
II. β_1 ve β_2 simetrik değilse $\beta_1 \cup \beta_2$ de simetrik değildir.
III. β_1 ve β_2 geçişken ise $\beta_1 \cup \beta_2$ de geçişkendir.

Yargılarından hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

10. β_1 ve β_2 , A kümesinde tanımlı iki bağntı olmak üzere,

- I. β_1 veya β_2 ters simetrik ise $\beta_1 \cap \beta_2$ de ters simetrik.
II. β_1 yansıyan ve β_2 herhangi bir bağntı ise $\beta_1 \cup \beta_2$ de yansıyandır.
III. β_1 geçişken ise β_1^{-1} de geçişkendir.

Yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

11. Aşağıdakilerden hangisi denklik bağntısı değildir?

- A) $\{(x, y) \mid x^2 = y^2, x, y \in \mathbb{R}\}$
B) $\{(x, y) \mid (x - y) \in \mathbb{Z}, x, y \in \mathbb{Z}\}$
C) $\{(d_1, d_2) \mid d_1 \perp d_2, d_1, d_2 \text{ düzlemde iki doğru}\}$
D) $\{(x, y) \mid x^3 - x = y^3 - y, x, y \in \mathbb{R}\}$
E) $\{(x, y) \mid 3 \mid x + 2y, x, y \in \mathbb{R}\}$

12. $A = \{a, b, c\}$ kümesi üzerinde kaç farklı denklik bağntısı yazılabilir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

1. Verilen üç yargı da doğrudur.

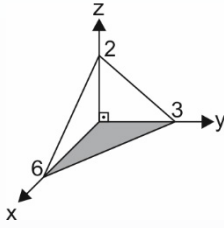
Cevap E

2. $x + 2y + 3z = 6$

$$y = z = 0 \text{ için } x = 6$$

$$x = z = 0 \text{ için } y = 3$$

$$x = y = 0 \text{ için } z = 2$$



kapalı bölge bir koni olup hacmi

$$v = \frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 3}{2} \cdot 2 = 6br^3 \text{ tür.}$$

Cevap D

3. I. $d_1 // d_1$ dir. (Çakışık doğrular aynı zamanda paraleldir.)

II. $d_1 // d_1$ ise $d_2 // d_1$ dir.

III. yanlış

IV. $d_1 // d_2$ ve $d_2 // d_3$ ise $d_1 // d_3$ tür.

Cevap E

4. Tam sayılar kümesinde tanımlanan

$$\beta = \{(x, y) | 3|x - y\}$$

bağıntısı denklik bağıntısı olduğundan yansıma, simetri ve geçişme özelliklerini sağlar.

Cevap D

5. $\beta = \{(x, y) | x + y < 8\}$

$\forall x \in \mathbb{Z}$ için $x + x < 8$ önermesi yanlış olduğundan bağıntı yansıyan değildir.

$\forall x, y \in \mathbb{Z}$ için $x + y < 8$ ise $y + x < 8$ olduğundan bağıntı simetrik.

$\forall x, y, z \in \mathbb{Z}$ için $x + y < 8$ ve $y + z < 8$ iken $x + z < 8$ olmayabilir. O yüzden bağıntı geçişken değildir.

O halde verilen yargılardan sadece II doğrudur.

Cevap A

6. Kümeler ailesinde tanımlanan alt küme olma bağıntısı sıralama bağıntısı olduğundan yansıma, ters simetri ve geçişme özelliklerini sağlar.

Cevap D

7. Verilen yargıların üçü de doğrudur.

Cevap E

8. $\beta = \{(x, y) | (x, y) = 1\}$

$\forall x \in \mathbb{Z}^+$ için $(x, x) = x$ olduğundan verilen bağıntı yansıyan değildir.

$\forall x \in \mathbb{Z}^+$ için $(x, y) = 1$ ise $(y, x) = 1$ olduğundan verilen bağıntı simetrik.

$\forall x \in \mathbb{Z}^+$ için $(x, y) = 1$ ve $(y, z) = 1$ iken $(x, z) \neq 1$ olabileceğinden verilen bağıntı geçişken değildir.

Cevap B

9. Verilen yargılardan yalnız I doğrudur.

Cevap A

10. Verilen yargıların üçü de doğrudur.

Cevap E

11. A, B, D ve E seçeneklerinde verilen bağıntılar denklik bağıntısıdır.

$$\beta = \left\{ (d_1, d_2) \mid d_1 \perp d_2, d_1, d_2 \text{ düzlemde} \right. \\ \left. \text{iki doğru} \right\}$$

i) $d_1 \perp d_1$ olmayacağından β yansıyan değildir.

ii) $d_1 \perp d_2$ ve $d_2 \perp d_1$ olacağından β simetrik.

iii) $d_1 \perp d_2$ ve $d_2 \perp d_3$ ise $d_1 // d_3$ olacağından β , geçişken değildir.

Cevap C

12. $A = \{a, b, c\}$ kümesi üzerinde tanımlanan denklik bağıntıları

$$\{(a, a), (b, b), (c, c)\}$$

$$\{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (b, a)\}$$

$$\{(a, a), (b, b), (c, c), (a, c), (c, a)\}$$

$$\{(a, a), (b, b), (c, c), (b, c), (c, b)\}$$

$$\{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (b, a), (a, c), (c, a), (b, c), (c, b)\}$$

biçimindedir.

Cevap C

1. $p \geq 5$ bir asal sayı olmak üzere
 $x^2 + x \equiv 2 \pmod{p}$
 kongrüansının tüm çözümleri aşağıdakilerin hangisinde verilmiştir?
- A) $x \equiv 2 \pmod{p}$ veya $x \equiv p-1 \pmod{p}$
 B) $x \equiv 2 \pmod{p}$ veya $x \equiv 1 \pmod{p}$
 C) $x \equiv 1 \pmod{p}$ veya $x \equiv p-2 \pmod{p}$
 D) $x \equiv 0 \pmod{p}$ veya $x \equiv p-2 \pmod{p}$
 E) $x \equiv 0 \pmod{p}$ veya $x \equiv p-1 \pmod{p}$

2. $p > 5$ bir asal sayı
 $24(p-5)! \equiv x \pmod{p}$
 olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?
- A) -2 B) -1 C) 0
 D) 1 E) 2

3. $3x \equiv 4 \pmod{7}$
 kongrüansını sağlayan iki basamaklı en büyük x doğal sayısının rakamları çarpımı kaçtır?
- A) 45 B) 54 C) 63
 D) 72 E) 81

4. $x^6 - 1 \equiv 0 \pmod{7}$
 kongrüansının birbirine kongrüent olmayan kaç tane kökü vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3
 D) 6 E) 7

5. $x^2 + 3x \equiv 0 \pmod{10}$
 kongrüansının birbirine kongrüent olmayan kaç tane kökü vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4
 D) 5 E) 6

6. $x + x^{-1} \equiv 11 \pmod{13}$
 kongrüansını sağlayan en küçük pozitif tam sayı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10
 D) 11 E) 12

7. $x \equiv 1 \pmod{3}$
 $x \equiv 2 \pmod{5}$
 $x \equiv 3 \pmod{7}$

kongrüans sistemini sağlayan en küçük x doğal sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4
 D) 6 E) 7

8. $20x \equiv 15 \pmod{45}$

kongrüansının birbirine kongrüent olmayan en küçük x doğal sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 36 B) 60 C) 75
 D) 90 E) 105

9. $a, b \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$9a + 6b \equiv 12 \pmod{18}$$

kongrüansının birbirine kongrüent olmayan kaç tane çözümü vardır?

- A) 18 B) 27 C) 36
 D) 54 E) 72

10. **22 Mayıs 2016 Pazar olduğuna göre, 19 Mayıs 2020 hangi gündür?**

- A) Pazar B) Pazartesi C) Salı
 D) Çarşamba E) Perşembe

11. Bir asker 3 günde bir nöbet tutmaktadır.

24. nöbetini Cuma günü tutan bu asker 5. nöbetini hangi gün tutmuştur?

- A) Perşembe B) Cuma
 C) Cumartesi D) Pazar
 E) Pazartesi

12. Bir işyerinde 4 günde bir kargo ve 5 günde bir posta gelmektedir. Posta ve kargo beraber ilk kez Çarşamba günü geldiğine göre, posta ve kargonun Çarşamba günü gelecekleri bu iş yerine posta kaçınıcı kez gelmiştir?

- A) 27 B) 28 C) 29
 D) 35 E) 36

1. $x^2 + x \equiv 2 \pmod{p}$
 $x^2 + x - 2 \equiv 0 \pmod{p}$
 $x \equiv 1 \pmod{p}, x \equiv -2 \pmod{p}$
 $x \equiv p-2 \pmod{p}$

Cevap C

2. $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$
 $(p-1)(p-2)(p-3)(p-4)(p-5)! \equiv -1 \pmod{p}$
 $(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (p-5)! \equiv -1 \pmod{p}$
 $24(p-5)! \equiv -1 \pmod{p}$

Cevap B

3. $3x \equiv 4 \pmod{7}$
 $15x \equiv 20 \pmod{7}$
 $x \equiv 6 \pmod{7}$
 $x = 6 + 7x$
 $k = 13$ için $x = 97$

Cevap C

4. $x^6 - 1 \equiv 0 \pmod{7}$
 $(x^3 - 1)(x^3 + 1) \equiv 0 \pmod{7}$
 $x^3 - 1 \equiv 0 \pmod{7}$
 $(x-1)(x^2 + x + 1) \equiv 0 \pmod{7}$
 $(x-1)(x^2 + x - 6) \equiv 0 \pmod{7}$
 $x \equiv 1 \pmod{7}, x \equiv 2 \pmod{7}, x \equiv 4 \pmod{7}$
 $x^3 + 1 \equiv 0 \pmod{7}$
 $(x+1)(x^2 - x + 1) \equiv 0 \pmod{7}$
 $(x+1)(x^2 - x - 6) \equiv 0 \pmod{7}$
 $x \equiv 6 \pmod{7}, x \equiv 3 \pmod{7}, x \equiv 5 \pmod{7}$

Cevap D

5. $x^2 + 3x \equiv 0 \pmod{10}$
 $x(x + 3) \equiv 0 \pmod{10}$
 $x \equiv 0 \pmod{10}, x \equiv 7 \pmod{10}$
 $x \equiv 2 \pmod{10}, x \equiv 5 \pmod{10}$

Cevap C

6. $x + x^{-1} \equiv 11 \pmod{13}$
 $x + \frac{1}{x} \equiv -2 \pmod{13}$
 $(x+1)^2 \equiv 0 \pmod{13}$
 $x \equiv 12 \pmod{13}$

7. $x \equiv 1 \pmod{3}$
 $x \equiv 2 \pmod{5}$
 $x \equiv 3 \pmod{7}$
 $x = 3a+1 = 5b+2 = 7c+3$
 $x + 53 = 3a + 54 = 5b + 55 = 7c + 5b$
 $x + 53 = \text{okek}(3,5,7)$
 $x = 52$

Cevap E

8. $20x \equiv 15 \pmod{45}$
 $4x \equiv 3 \pmod{9}$
 $28x \equiv 21 \pmod{9}$
 $x \equiv 3 \pmod{9}$
 $x = 3 + 9k$

$k = 0,1,2,3,4$ için $x = 3, 12, 21, 30, 39$ olduğundan x in alabileceği değerler toplamı $3+12+21+30+39=105$ tir.

Cevap E

9. $9a + 6b \equiv 12 \pmod{18}$
 $(9,6,18) = 3$ ve $3/12$ olduğundan verilen kongrüansın birbirine kongrüent olmayan $3.18 = 54$ tane çözümü vardır.

Cevap D

10. 22 Mayıs 2016 Pazar
 22 Mayıs 2017 Pazartesi
 22 Mayıs 2018 Salı
 22 Mayıs 2019 Çarşamba
 22 Mayıs 2020 Cuma
 olduğundan 19 Mayıs 2020 salıdır.

Cevap C

11. 24. nöbet Cuma
 5. nöbet = ?

$$\begin{array}{r} (24-5) \cdot 3 \quad | \quad 7 \\ \hline 1 \end{array}$$

olduğundan 5. nöbet perşembedir.

Cevap

12. 1. kez Çarşamba
 8. kez Çarşamba
 $(8-1) \cdot \text{okek}(4,5) = 140$ gün

$$\frac{140}{5} + 1 = 29$$

Cevap C

1. Aşağıdakilerden hangisi bir halka değildir?

- A) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ B) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ C) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$
D) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ E) $(\mathbb{Z}_6, \oplus, \odot)$

2. Aşağıdakilerden hangisi değişmeli bir halka değildir?

- A) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ B) $(3\mathbb{Z}, +, \cdot)$ C) $(\mathbb{Z}_8, \oplus, \odot)$
D) $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ E) $(\mathbb{Z}_7, \oplus, \odot)$

3. Aşağıdakilerden hangisi birimli bir halka değildir?

- A) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ B) $(2\mathbb{Z}, +, \cdot)$ C) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$
D) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ E) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

4. $(\mathbb{Z}_{150}, \oplus, \odot)$ halkasının kaç tane sıfır bölene vardır?

- A) 100 B) 109 C) 110
D) 120 E) 130

5. Aşağıdakilerden hangisi $(\mathbb{Z}_{63}, \oplus, \odot)$ halkasının sıfır bölenlerinden biri değildir?

- A) $\bar{4}$ B) $\bar{6}$ C) $\bar{7}$
D) $\bar{14}$ E) $\bar{21}$

6. Aşağıdakilerden hangisi $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_{10}, +, \cdot)$ halkasının bir sıfır bölene değildir?

- A) $(3, \bar{5})$ B) $(1, \bar{3})$ C) $(0, \bar{3})$
D) $(1, \bar{2})$ E) $(2, \bar{0})$

7. Aşağıdakilerden hangisi bir tamlik bölgesi değildir?

- A) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ B) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ C) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$
D) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ E) $(\mathbb{Z}_{21}, \oplus, \odot)$

8. Aşağıdakilerden hangisi bir cisim değildir?

- A) $(\mathbb{Z}_7, \oplus, \odot)$ B) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ C) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$
D) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ E) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

9. Aşağıdakilerden hangisi bir cisimdir?

- A) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ B) $(3\mathbb{Z}, +, \cdot)$ C) $(\mathbb{Z}_{10}, \oplus, \odot)$
D) $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ E) $(\mathbb{Z}_7, \oplus, \odot)$

10. $(\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_4, \oplus, \odot)$ halkasının karakteristiği kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6
D) 12 E) 24

11. I. Her tamlik bölgesi bir cisimdir.
II. Bir tamlik bölgesinin karakteristiği ya sıfırdır ya da asaldır.
III. $m \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere, $(\mathbb{Z}_m, \oplus, \odot)$ halkasının karakteristiği m dir.

Yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

12. I. Bir cisim içerisinde sıfır bölen yoktur.
II. Sonlu elemanlı her tamlik bölgesi bir cisimdir.
III. m asal ise $(\mathbb{Z}_m, \oplus, \odot)$ halkası cisimdir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

1. “+” ve “.” boş kümeden farklı bir H kümesi üzerinde tanımlı iki işlem olsun. Aşağıdaki aksiyomları sağlayan $(H, +, \cdot)$ cebirsel yapısına halka denir.

H1) $(H, +)$ değişmeli bir gruptur.

H2) “.” işleminin H de birleşme özelliği vardır. Diğer bir ifadeyle,

$$\forall a, b, c \in H \text{ için}$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

H3) “.” işleminin “+” işlemi üzerine sağdan ve soldan dağılma özelliği vardır. Diğer bir ifadeyle,

$$\forall a, b, c \in H \text{ için}$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \text{ (Soldan Dağılma Özelliği)}$$

$$(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a \text{ (Sağdan Dağılma Özelliği)}$$

Toplama işlemine göre birim elemana halkanın sıfırı denir ve 0_H ile gösterilir. Fakat çarpma işlemine göre birim eleman olmayabilir. Eğer çarpma işlemine göre birim eleman varsa bu halkaya birimli halka denir ve halkanın birimi 1_H ile gösterilir.

Ayrıca $\forall a, b \in H$ için $a \cdot b = b \cdot a$ oluyorsa H ye değişmeli halka denir.

$(\mathbb{N}, +)$ değişmeli bir grup olmadığından $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ cebirsel yapısı halka değildir.

Cevap A

2. Matrisler çarpma işlemine göre değişmeli olmadığından $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ cebirsel yapısı değişmeli olmayan bir halkadır.

Cevap D

3. $1 \notin 2\mathbb{Z}$ olduğundan $(2\mathbb{Z}, +, \cdot)$ cebirsel yapısı birimli olmayan bir halkadır.

Cevap B

4. $(\mathbb{Z}_{150}, \oplus, \odot)$ halkasının sıfır böleni

$$o(\mathbb{Z}_{150}) - (\phi(150) + 1) = 90 - (24 + 1)$$

$$= 65 \text{ tanedir.}$$

Cevap B

5. $(4, 63) = 1$ olduğundan $\bar{4}$ sayısı $(\mathbb{Z}_{63}, \oplus, \odot)$ halkasının bir sıfır böleni değildir.

Cevap A

6. $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_{10}, +, \cdot)$

$$A) (3, \bar{5}) \cdot (0, \bar{2}) = (0, \bar{0})$$

$$C) (0, \bar{3}) \cdot (2, \bar{0}) = (0, \bar{0})$$

$$D) (4, \bar{2}) \cdot (0, \bar{5}) = (0, \bar{0})$$

$$E) (2, \bar{0}) \cdot (0, \bar{3}) = (0, \bar{0})$$

Olduğundan A, C, D ve E seçeneklerinde verilenler $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_{10}, +, \cdot)$ halkasının sıfır böleneridir.

Cevap B

7. Sıfır bölensiz bir halkaya tam halka denir. Birimli değişmeli ve sıfır bölensiz bir halkaya da tamlık bölgesi denir. $(\mathbb{Z}_{21}, \oplus, \odot)$ halkasının sıfır bölenleri olduğundan tamlık bölgesi değildir.

Cevap E

8. $(F, +, \cdot)$ birimli ve değişmeli bir halka olsun. Eğer $F^* = F - \{0_F\}$ olmak üzere, (F^*, \cdot) bir grup ise $(F, +, \cdot)$ halkasına bir cisim denir. (\mathbb{Z}^*, \cdot) değişmeli bir grup olmadığından cisim değildir.

Cevap B

9. $(\mathbb{Z}_7, \oplus, \odot)$ birimli ve değişmeli halkasında (\mathbb{Z}_7^*, \odot) grup olduğundan verilen cebirsel yapı cisimdir.

Cevap E

10. H bir halka olsun. $\forall a \in H$ için $n \cdot a = 0_H$ olacak şekilde en küçük n sayma sayısına H halkasının karakteristiği denir. Eğer böyle bir n sayma sayısı yoksa halkanın karakteristiği sıfırdır.

" $\sigma(\mathbb{Z}_6) = 6$, $\sigma(\mathbb{Z}_4) = 4$ olduğundan $(\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_4, \oplus, \odot)$ halkasının karakteristiği $\text{OKEK}(6,4) = 12$ dir."

Cevap D

11. Her cisim bir tamlık bölgesidir. Fakat her tamlık bölgesi cisim değildir.

II ve III doğrudur.

Cevap D

12. Verilen üç yargı da doğrudur.

Cevap E

1.
$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) A matrisinin rankı 4 tür.
 B) A matrisinin izi 10 dur.
 C) A matrisinin determinantı 4! dir.
 D) $Ax = 0$ denkleminin aşikâr olmayan bir çözümü vardır.
 E) A, tekil olmayan bir matristir.

2. $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ matrisi ters çevrilebilir olmak üzere,

- I. A, I_3 birim matrisine satır denktir.
 II. A, elementer matrislerin çarpımıdır.
 III. $Ax = 0$ homojen lineer denklem sisteminin sonsuz sayıda çözümü vardır.

Yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) I, II ve III

3. $x - y + 2z = 9$
 $3x + y - z = -2$
 $x + 3y + z = -1$

lineer denklem sisteminde $x \cdot y \cdot z$ çarpımı kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 1 D) 3 E) 6

4. $x + y + z = 0$

$2x - y + z = 0$

$3x + my = 0$

homojen lineer denklem sisteminin aşikâr olmayan çözümleri olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) -2
 D) -1 E) 0

5. m bir gerçel sayı olmak üzere,

$mx + 2y + z = 4$

$x - y + 2z = 2m$

$mx + 3y + z = 2$

denklem sisteminin çözümü olmadığına göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$
 D) 0 E) $\frac{1}{2}$

6. $x_1 + 3x_2 - x_3 = 2$

$2x_1 - x_2 + x_3 = 1$

$3x_1 + 2x_2 = 3$

lineer denklem sisteminde A katsayılar matrisi, B sabitler matrisi ve $[A:B]$ ilaveli matris olmak üzere,

- I. Çözümüzdür.
 II. $\text{rank } [A:B] = \text{rank } A$ dir.
 III. Bir parametreye bağlı sonsuz çözüm vardır.

Yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) II ve III

7. $x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0$

$$-2x_2 + x_3 = 0$$

$$6x_2 - 3x_3 = 0$$

$$-2x_1 + 2x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 0$$

homojen lineer denklem sisteminin çözüm uzayının boyutu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

8. **a bir gerçel sayı olmak üzere,**

$$x - y + z = 0$$

$$x + y - z = 1$$

$$-x + y + z = a$$

denklemler sistemi veriliyor. Bu denklemler sistemiyle ilgili,

- I. $a = 1$ ise tek çözüm vardır.
II. $a = a$ ise çözüm yoktur.
III. $a = -1$ ise sonsuz çözüm vardır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) II ve III

9. $a + b + c + d = 0$

$$3a + 4b + 3c + 3d = 0$$

$$a + b + c + 2d = 0$$

denklemler sisteminin çözüm uzayının boyutu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

10. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 4 & 10 & 2 \end{bmatrix}$

matrisinin satır rankı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

11. $Ax = B$ lineer denklem sisteminin $[A:B]$ ilaveli matrisinde A matrisi birim matris haline dönüştürülünceye kadar $[A:B]$ ilaveli matrisine elementer satır işlemleri uygulanır ve $[A:B]$ matrisi $[I:C]$ formuna dönüştürülür. Burada C sütun matrisi aranan çözümdür.

Yukarıda lineer denklem sistemlerinin çözümünde kullanılan yöntem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Ters matris yöntemi
B) Gauss – Jordan Yöntemi
C) Gauss Eliminasyon Yöntemi
D) Cramer Yöntemi
E) Thomas Yöntemi

1. Üst üçgen matrisinin determinanı esas köşegen üzerindeki elemanların çarpımıdır.

$|A| = 4! \neq 0$ olduğundan $\text{rank}A=4$ ve A , tekil olmayan bir matristir.

$\text{iz}A = 4+3+1 = 0$ dur.

$|A| \neq 0$ olduğundan $Ax=0$ denklem sisteminin tek çözümü aşikâr sıfır çözümdür.

Cevap D

2. Tersinir her matris birim matrise satır denk ve elementer matrislerin çarpımı olarak yazılabilir.

Cevap C

3. $x - y + 2z = 9$

$3x + y - z = -2$

$2x + 3y + z = -1$

denklem sisteminde $x = 1$, $y = -2$ ve $z = 3$ olduğundan $x \cdot y \cdot z = -6$ dir.

Cevap A

4. $x + y + z = 0$

$2x - y + z = 0$

$3x + my = 0$

denklem sisteminin aşikâr olmayan çözümü varsa

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & m & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$m = -6$

olmalıdır.

Cevap A

5. $mx + 2y + z = 4$

$x - y + 2z = 2m$

$mx + 3y + z = 2$

denklem sisteminin çözümü yok ise

$$\begin{vmatrix} m & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ m & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$m = \frac{1}{2}$ olmalıdır.

Cevap E

6. $x_1 + 3x_2 - x_3 = 2$

$2x_1 - x_2 + x_3 = 1$

$3x_1 + 2x_2 = 3$

$$[A : B] = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & : & 2 \\ 2 & -1 & 1 & : & 1 \\ 3 & 2 & 0 & : & 3 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & : & 2 \\ 0 & -5 & 3 & : & -3 \\ 0 & -7 & 3 & : & -3 \end{bmatrix}$$

$\text{rank}A = \text{rank}[A:B]=3$ ve bilinmeyen sayısı 3 olduğundan tek çözüm vardır.

Cevap B

7. $x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0$

$$-2x_2 + x_3 = 0$$

$$6x_2 - 3x_3 = 0$$

$$-2x_1 + 2x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -6 & -4 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

rankA = 2 ve bilinmeyen sayısı 4 olduğundan $4-2 = 2$ parametreye bağlı sonsuz çözüm vardır.

Cevap C

8. $x - y + z = 0$

$$x + y - z = 1$$

$$-x + y + z = a$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & : & 0 \\ 1 & 1 & -1 & : & 1 \\ -1 & 1 & 1 & : & a \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & : & 0 \\ 0 & 2 & -2 & : & 1 \\ 0 & 0 & 0 & : & a \end{bmatrix}$$

olduğundan denklem sisteminin her

$a \in \mathbb{R}$ için tek çözüm vardır.

Cevap A

9. $a + b + c + d = 0$

$$3a + 4b + 3c + 3d = 0$$

$$a + b + c + 2d = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğundan katsayılar matrisinin rankı 3 ve bilinmeyen sayısı 4 olduğundan $4-3=1$ parametreye bağlı sonsuz çözüm vardır.

Cevap B

10.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 4 & 10 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

olduğundan rankA = 3 tür.

Cevap D

11.

Cevap B